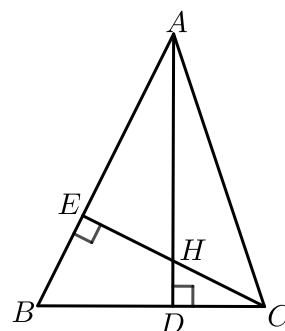


第1讲三垂直模型(加油站)

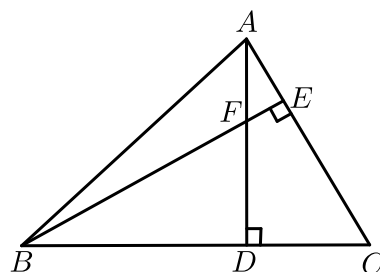
一、双垂直模型

练习1

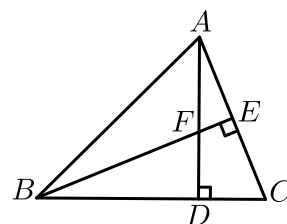
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $CE \perp AB$ ，垂足分别为 D 、 E ， AD 、 CE 交于点 H ，已知 $EH = EB = 4$ ， $AE = 6$ ，则 CH 的长为（ ）。



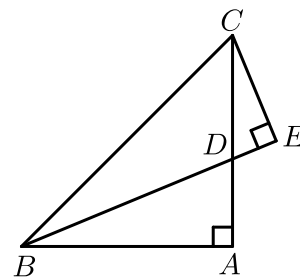
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ，点 F 是 $\triangle ABC$ 的高 AD 、 BE 的交点，已知 $CD = 4$ ， $AF = 2$ ，则线段 BC 的长为 _____。



3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $AC = 8\text{cm}$ 。若 F 是高 AD 和 BE 的交点，则 BF 的长是 _____。



4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 且 $CE \perp BD$ 于 E 。

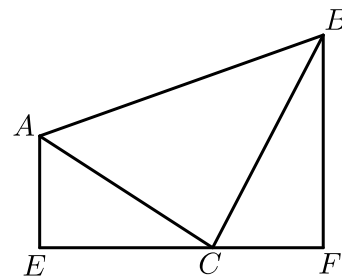


- (1) $\angle ECD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.
 (2) 求证： $BD = 2EC$.

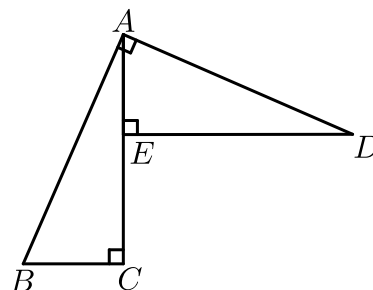
二、 一线三垂直

练习2

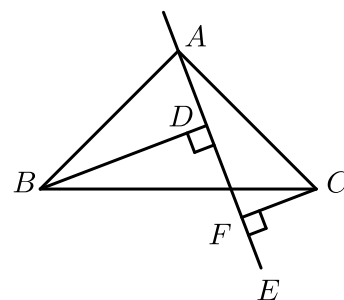
5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC \perp BC$ ，过点 A ， B 分别作过点 C 的直线的垂线 AE ， BF 。若 $AE = CF = 3$ ， $BF = 4.5$ ，则 $EF = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



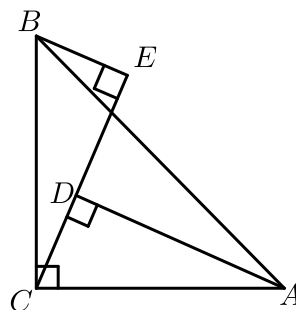
6. 如图， $AC \perp BC$ 于 C ， $DE \perp AC$ 于 E ， $AD \perp AB$ 于 A ， $BC = AE$ 。若 $AB = 5$ ，则 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



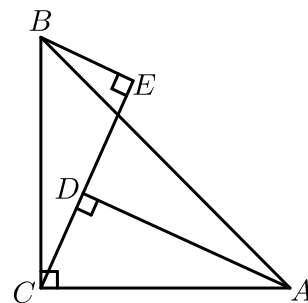
7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，过点 A 在 $\triangle ABC$ 内部作直线 AE ，作 $BD \perp AE$ 于 D ，作 $CF \perp AE$ 于 F ，若 $BD = 5$ ， $CF = 2$ ，则 DF 的长为（ ）。



- A. 2 B. 3 C. 5 D. 7
8. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $AD \perp CE$ ， $BE \perp CE$ ，若 $AD = 3$ ， $BE = 1$ ，则 $DE =$ （ ）。



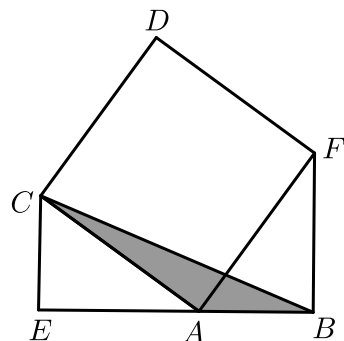
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1
9. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $AD \perp CE$ ， $BE \perp CE$ ，垂足分别为 D ， E 。



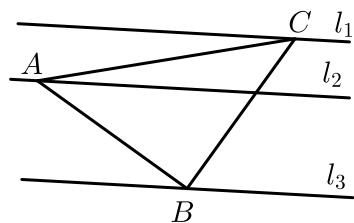
- (1) 证明： $\triangle BCE \cong \triangle CAD$ 。
- (2) 若 $AD = 25\text{cm}$ ， $BE = 8\text{cm}$ ，求 DE 的长。

练习3

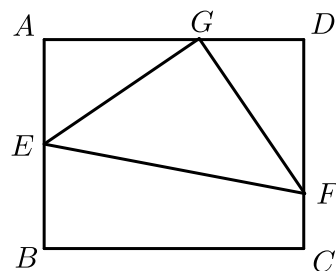
10. 如图，四边形 $ACDF$ 是正方形， $\angle CEA$ 和 $\angle ABF$ 都是直角且点 E, A, B 三点共线， $AB = 4$ ，则阴影部分的面积是 _____ .



11. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，三角形的顶点在相互平行的三条直线 l_1, l_2, l_3 上，且 l_1, l_2 之间的距离为2， l_2, l_3 之间的距离为3，则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____ .

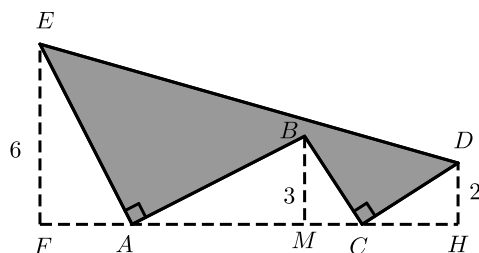


12. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 5$ ， E 为 AB 的中点，点 F, G 分别在 CD, AD 上， $\triangle EFG$ 为等腰直角三角形，则四边形 $BCFE$ 的面积为（ ） .



- A. 10 B. 9 C. $\frac{35}{4}$ D. $\frac{15}{2}$

13. 如图， $AE \perp AB$ 且 $AE = AB$ ， $BC \perp CD$ 且 $BC = CD$ ，若点 E, B, D 到直线 AC 的距离分别为6，3，2，则图中实线所围成的阴影部分面积 S 是（ ） .



A. 50

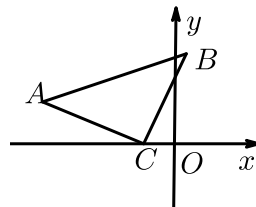
B. 44

C. 38

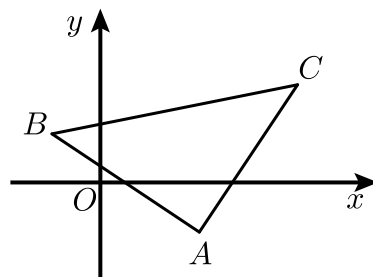
D. 32

练习4

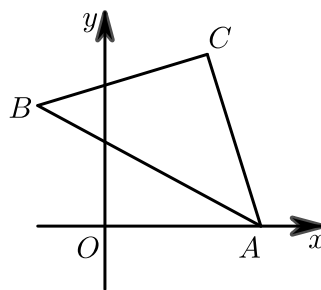
14. 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 C 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 A 的坐标为 $(-6, 3)$, 则 B 点的坐标是 _____.



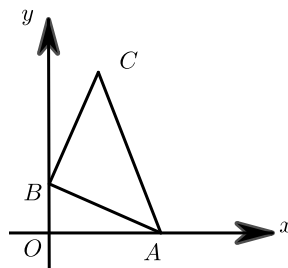
15. 如图所示, 直角坐标系中 $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 则 C 点坐标为 _____.



16. 如图, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 C 在第一象限内. 若 $A(5, 0)$ 、 $B(-2, 4)$, 则点 C 的坐标为 _____.



17. 如图, 在平面直角坐标系中, 以 $A(2, 0)$, $B(0, t)$ 为顶点作等腰直角 $\triangle ABC$ (其中 $\angle ABC = 90^\circ$, 且点 C 落在第一象限内), 则点 C 关于 y 轴的对称点 C' 的坐标为 _____ (用含 t 的代数式表示).



练习5

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 直线 MN 经过点 C , 且 $AD \perp MN$ 于 D , $BE \perp MN$ 于 E .

(1) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图 (1) 位置时, DE 、 AD 与 BE 有怎样的数量关系, 并加以证明.

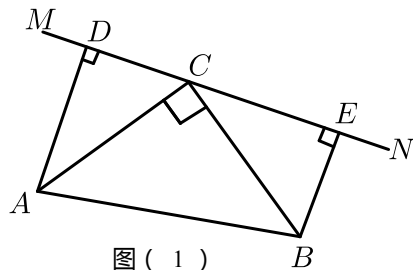


图 (1)

(2) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图 (2) 的位置时, 写出它们之间的等量关系: _____.

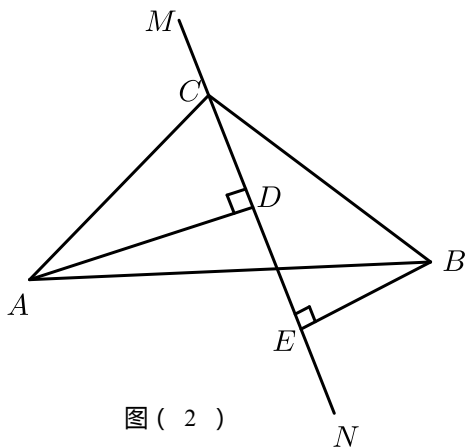


图 (2)

(3) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图 (3) 的位置时, 写出它们之间的等量关系: _____.

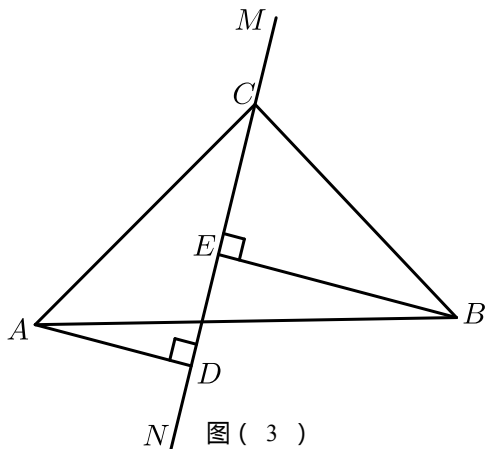


图 (3)

19. 如图1, $OA = 2$, $OB = 4$, 以 A 点为顶点、 AB 为腰在第三象限作等腰 $\text{Rt } \triangle ABC$.

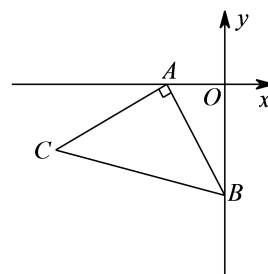


图1

(1) 求 C 点的坐标 .

(2) 如图2, P 为 y 轴负半轴上一个动点, 当 P 点沿 y 轴负半轴向下运动时, 以 P 为顶点, PA 为腰作等腰 $\text{Rt } \triangle APD$, 过 D 作 $DE \perp x$ 轴于 E 点, 求 $OP - DE$ 的值 .

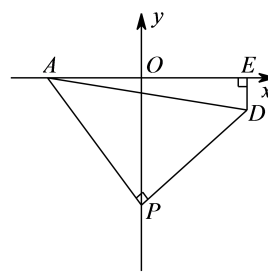
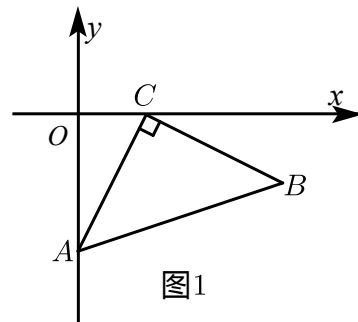


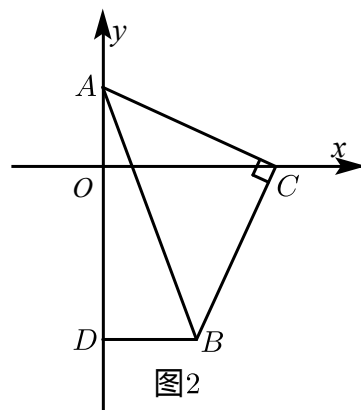
图2

20. 已知：在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 y 轴、 x 轴上，且 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ 。

(1) 如图1，当 $A(0, -2)$ ， $C(1, 0)$ ，点 B 在第四象限时，则点 B 的坐标为 _____。



(2) 如图2，当点 C 在 x 轴正半轴上运动，点 A 在 y 轴正半轴上运动，点 B 在第四象限时，作 $BD \perp y$ 轴于点 D ，试判断 $\frac{OC + BD}{OA}$ 与 $\frac{OC - BD}{OA}$ 哪一个为定值，并说明定值是多少？请证明你的结论。



(3) 当点 C 在 x 轴正半轴上运动，点 A 在 y 轴正半轴上运动，点 B 在第一象限时，作 $BD \perp y$ 轴于点 D ，请直接写出一个 OA ， OC ， BD 之间的等量关系 _____。

21. 如图，等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 A 、 B 分别在坐标轴上．

(1) 如图①，若 C 点的横坐标为5，求 B 点的坐标．

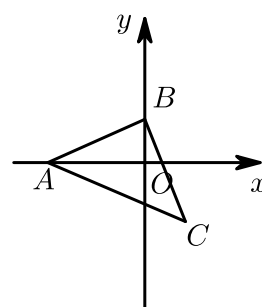


图 ①

(2) 如图②，若 x 轴恰好平分 $\angle BAC$ ， BC 交 x 轴于点 M ，过 C 点作 $CD \perp x$ 轴于 D 点，求 $\frac{CD}{AM}$ 的值．

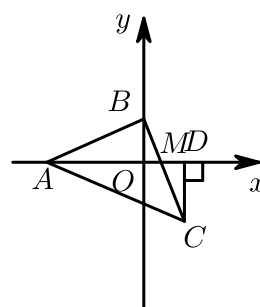


图 ②

(3) 如图③，若点 A 的坐标为 $(-4, 0)$ ，点 B 在 y 轴的正半轴上运动时，分别以 OB 、 AB 为边在第一、第二象限作等腰 $\text{Rt}\triangle OBF$ ，等腰 $\text{Rt}\triangle ABE$ ，连接 EF 交 y 轴于 P 点，当点 B 在 y 轴上移动时， PB 的长度是否发生改变？若不变，求出 PB 的值，若变化，求 PB 的取值范围．

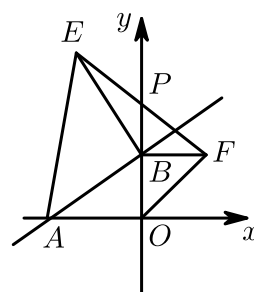


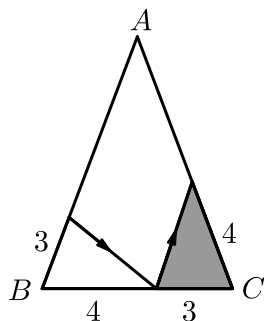
图 ③

三、一线三等角

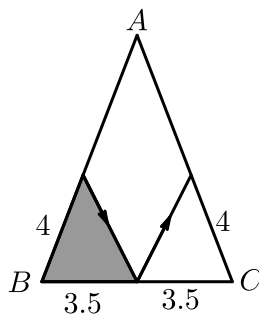
练习6

22. 如图，有一张三角形纸片 ABC ，已知 $\angle B = \angle C = x^\circ$ ，按下列方案用剪刀沿着箭头方向剪开，所剪下的三角形纸片不一定是全等图形的是（ ）。

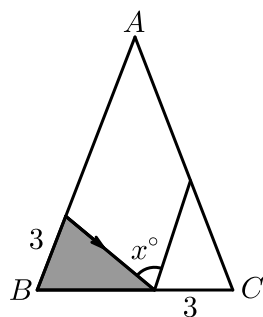
A.



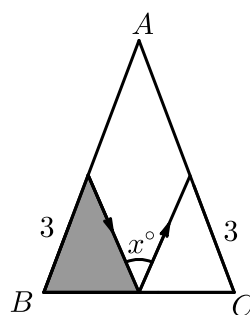
B.



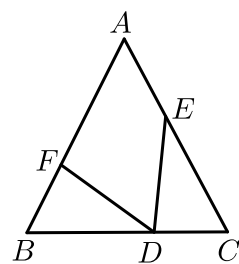
C.



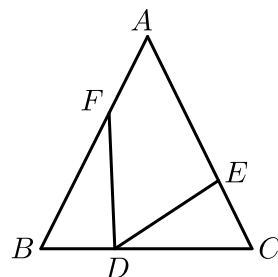
D.



23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB = AC$ ， $CD = BF$ ， $BD = CE$ ， $\angle A = 62^\circ$ ，则 $\angle EDF$ 的度数为 _____ 度。

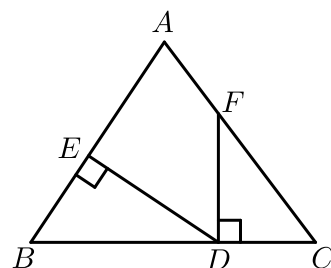


24. 如图, D 为 $\triangle ABC$ 边 BC 上一点, $AB = AC$, 且 $BF = CD$, $CE = BD$, 则 $\angle EDF$ 等于 () .

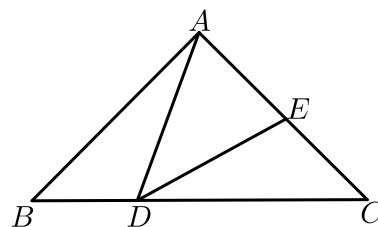


- A. $90^\circ - \angle A$ B. $90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ C. $180^\circ - \angle A$ D. $45^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

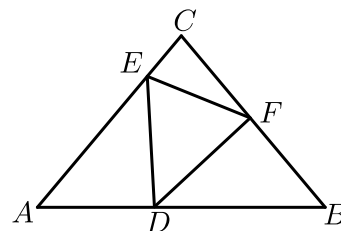
25. 如图, 点 D 在 BC 上, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , $BD = CF$, $BE = CD$, 若 $\angle AFD = 142^\circ$, 则 $\angle EDF =$ _____ 度.



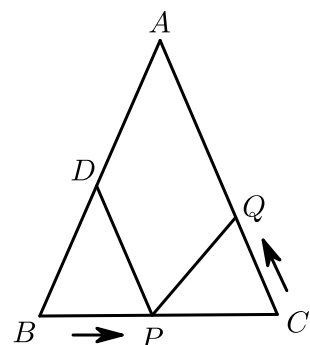
26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别为边 BC, AC 上的点, 且满足 $BD = CE$, $\angle B = \angle C = \angle ADE = 38^\circ$, 则 $\angle DAE =$ _____ .



27. 如图, 等腰 $\triangle EDF$ 的三个顶点都在等腰 $\triangle ABC$ 的边上, 且 $\angle A = \angle B = 50^\circ$, $\angle DEF = \angle DFE = 65^\circ$. 求证: $\triangle EAD \cong \triangle DBF$.



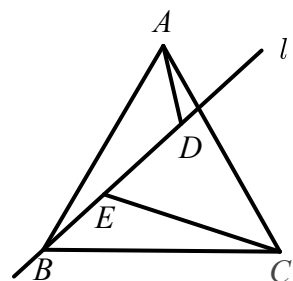
28. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，点 D 为 AB 的中点，如果点 P 在线段 BC 上以 3cm/s 的速度由 B 点向 C 点运动，同时，点 Q 在线段 CA 上由点 C 向点 A 运动。



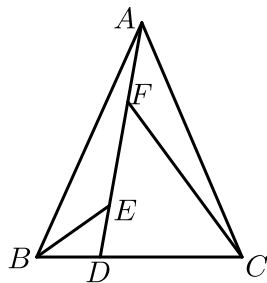
- (1) 若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等，经过1秒后， $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 是否全等？请说明理由。
- (2) 若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等，当点 Q 的运动速度为多少时，能够使 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等。

练习7

29. 如图，直线 l 经过等边三角形 ABC 的顶点 B ，在 l 上取点 D 、 E ，使 $\angle ADB = \angle CEB = 120^\circ$ 。若 $AD = 2\text{cm}$ ， $CE = 5\text{cm}$ ，则 $DE = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ 。

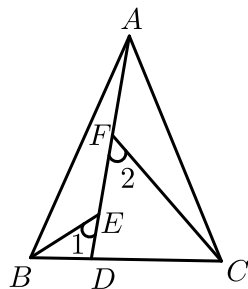


30. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AB > BC$ ，点 D 在边 BC 上，且 $\frac{BD}{BC} = \frac{1}{4}$ ，点 E 、 F 在线段 AD 上，满足 $\angle BED = \angle CFD = \angle BAC$ ，若 $S_{\triangle ABC} = 20$ ，则 $S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CDF}$ 是多少（ ）？



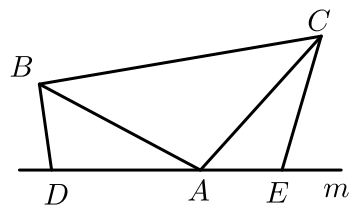
- A. 9 B. 12 C. 15 D. 18

31. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AB > BC$ ，点 D 在边 BC 上， $CD = 3BD$ ，点 E 、 F 在线段 AD 上， $\angle 1 = \angle 2 = \angle BAC$ 。若 $\triangle ABC$ 的面积为16，则 $\triangle ACF$ 与 $\triangle BDE$ 的面积之和为 _____。



练习8

32. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D ， A ， E 三点都在一条直线上，且 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$ ， $BD = 2$ ， $CE = 3$ ，则 DE 的长为 _____。



33. CD 是经过 $\angle ACB$ 顶点 C 的一条直线, $CA = CB$, E 、 F 分别是直线 CD 上两点, 点 E 在点 F 的左侧, 且 $\angle BEC = \angle CFA = \angle \alpha$.

(1) 直线 CD 经过 $\angle ACB$ 的内部, E 、 F 两点在射线 CD 上.

① 如图1, 若 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle \alpha = 90^\circ$, 则 BE _____ CF (填 " $>$ " " $<$ " 或 " $=$ "). EF 、 BE 、 AF 三条线段之间的数量关系是 _____ .

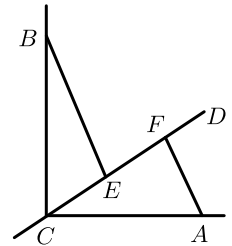


图1

② 如图2, 若 $0^\circ < \angle ACB < 180^\circ$, $\angle \alpha + \angle ACB = 180^\circ$, ①中的两个结论是否仍然成立, 请说明理由.

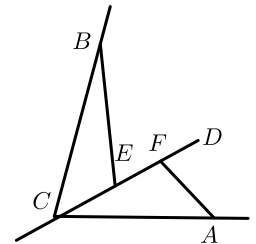


图2

(2) 如图3, 若直线 CD 经过 $\angle ACB$ 的外部, $\angle \alpha = \angle ACB$, 请直接写出 EF 、 BE 、 AF 三条线段之间的数量关系.

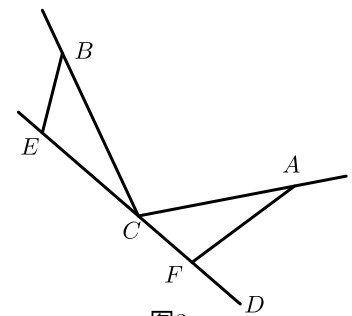
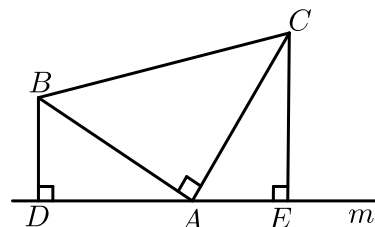


图3

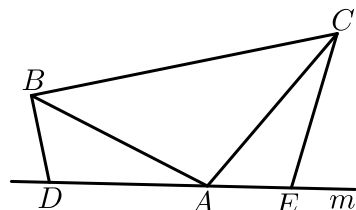
34. 解答下列各题 .

- (1) 如图①, 已知: $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 直线 m 经过点 A , $BD \perp m$ 于 D , $CE \perp m$ 于 E , 求证: $DE = BD + CE$.



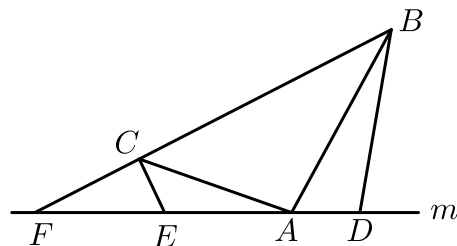
图①

- (2) 拓展: 如图②, 将 (1) 中的条件改为: $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$, α 为任意锐角或钝角, 请问结论 $DE = BD + CE$ 是否成立? 如成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.



图②

- (3) 应用: 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 是钝角, $AB = AC$, $\angle BAD > \angle CAE$, $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$, 直线 m 与 BC 的延长线交于点 F , 若 $BC = 2CF$, $\triangle ABC$ 的面积是 16, 求 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CEF$ 的面积之和.



图③

35. 如图1, 已知: $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 直线 m 经过点 A , 过点 B 作 $BD \perp m$ 于 D , $CE \perp m$ 于 E . 我们把这种常见图形定义为“K”字图.

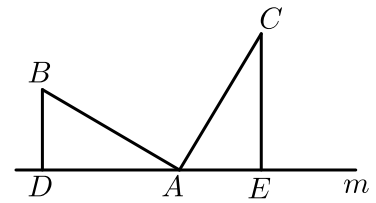


图 1

- (1) 线段 DE , BD , CE 之间的数量关系是 _____ .
 (2) 如图2, 若 $AB = AC$, $\angle BAC = \angle BDA = \angle AEC$, 则线段 DE , BD , CE 之间的数量关系还成立吗? 如果成立, 请证明之.

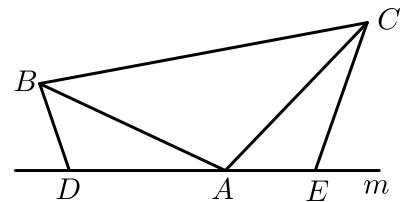


图 2

- (3) 如图3, 若 $AB = AC$, $\angle BAC = \angle BDA = \angle AEC = 120^\circ$, 点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点, 且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, $BD = 3$, $CE = 6$, 求 $\triangle DEF$ 的周长.

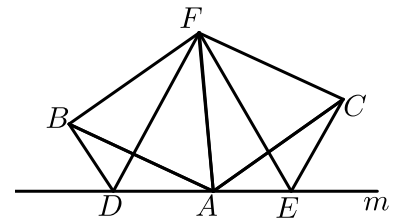


图 3